母比率の推定

母集団から抽出した標本をもとに母集団の比率（母比率）を区間推定する

- 選挙前の候補者の支持率（支持する／支持しない）を推定できる
- 好き嫌いのようなアンケート調査から全体の傾向を推定できる

正規分布による近似（標本数の多い場合）

- 二項分布（ある事象が起こるか起こらないかの確率の分布）は、試行回数 n が十分大きい場合、正規分布に近似できることを利用
- 母集団のある事象について、n 回の試行（標本の大きさが n ）の標本の比率（標本比率）を $\overline{p}$ とするとき
- 母比率 p の信頼度 100(1-α)% の信頼区間は次のとおり

$$\overline{p}-z_{(\alpha/2)}\sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}} \leq p \leq \overline{p}+z_{(\alpha/2)}\sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}}$$

- なお、標本比率を $\overline{p}=\frac{X}{n}$ とすると、その平均 $E(\overline{p})$ と分散 $V(\overline{p})$ は、次のようになる

$$\begin{aligned} E(\overline{p}) &= E(\frac{X}{n})=\frac{1}{n}E(X)=\frac{1}{n}np \\ &= p \\ V(\overline{p}) &= V(\frac{X}{n})=\frac{1}{n^2}V(X)=\frac{1}{n^2}np(1-p) \\ &= \frac{p(1-p)}{n} \end{aligned}$$

正規分布による近似（標本数の少ない場合）

- 大きさが N 母集団のある事象について、大きさが n ）の標本の比率（標本比率）を $\overline{p}$ とするとき
- 母比率 p の信頼度 100(1-α)% の信頼区間は次のとおり

$$\overline{p}-z_{(\alpha/2)}\sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \leq p \leq \overline{p}+z_{(\alpha/2)}\sqrt{\frac{\overline{p}(1-\overline{p})}{n}}\sqrt{\frac{N-n}{N-1}}$$

- 最初の式（標本数が多い場合の式）より近似の精度が良い（母比率に近い値になる）

F分布から算出（標本数の少ない場合）

- 母集団のある事象について、n 回の試行（標本の大きさが n ）の標本の比率（標本比率）を $\frac{x}{n}$ とするとき
- 母比率 p の信頼度 100(1-α)% の信頼限度は次のとおり
  - 信頼上限：

$$\frac{m_1 F_U}{m_1 F_U + m_2},\quad m_1=2(x+1),\quad m_2=2(n-x)$$

    - 第1自由度 m_1 、第2自由度 m_2 に対応するF分布の値を F_U とする
  - 信頼下限：

$$\frac{n_2 F_L}{n_1 F_L + n_2}, \quad n_1 = 2(n-x+1), \quad n_2 = 2x$$

- **第1自由度 n_1 、第2自由度 n_2 に対応するF分布の値を F_L とする**