確率変数と確率分布

確率変数

確率変数とは

- 試行の結果、ある値をとる確率が決まる変数を、「**確率変数**」という
- サイコロを1回投げる場合を考える
  - サイコロの出た目の数 {1, 2, 3, 4, 5, 6} を X (確率変数) とする
    - 確率変数は大文字で書く
  - $X=1$ (つまり1の目がでる) の事象の確率は、次のように表すことができる

$$P(X=1)=\frac{1}{6}$$

  - 同じように、1以外の目が出る確率は、次のように表せる

$$P(X=2)=\cdots=P(X=6)=\frac{1}{6}$$

  - なお、$X=1$ という事象は、$\{X=1\}$ とも表せる

確率変数を用いた確率の計算

- サイコロを1回投げて、5以上の目が出る事象について考える
  - でた目が5の事象 $\{X=5\}$ 、あるいは、でた目が6の事象 $\{X=6\}$ になる
  - でた目が5以上の事象は、$\{X\geq 5\}$ と表せる
- したがって、でた目が5以上の事象は次のように書ける

$$\{X\geq 5\}=\{X=5\}\cup\{X=6\}$$

  - ただし、でた目が5になる事象と6になる事象は同時に起こらないので、排反事象である

$$\{X=5\}\cup\{X=6\}=\phi$$

- 排反事象の確率を求めるには、加法定理 (排反前提の場合) を用いる

$$\begin{aligned}P(X\geq 5) &= P(X=5)+P(X=6)\\ &=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\\ &=\frac{1}{3}\end{aligned}$$

確率分布

確率変数に対応する確率

- 例えば、サイコロを1回投げたときにでた目の数を確率変数 X を使うと、その確率は次のようになる

$$P(X=1)=\cdots=P(X=6)=\frac{1}{6}$$

- 確率変数 X のとる値と、それに対応する確率を表にまとめると、次のようになる

X	1	2	3	4	5	6	計
確率	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	1

- 確率変数 X に対応する確率の分布を、「**確率分布**」という
- 確率分布をまとめた表を、「**確率分布表**」という
    - 確率分布は、ヒストグラム（縦棒グラフ）や折れ線グラフにすると視覚的にわかりやすくなる

確率分布

- 一般に、確率変数 X が、次のような n 個の値をとるとき、

$$x_1, x_2, \cdots, x_n$$

- その確率が次のようになるのであれば、

$$P(X = x_k) = p_k (k = 1, 2, \cdots, n)$$

- 次のことが成り立つ

$$\begin{cases} p_1 \geq 0, p_2 \geq 0, \cdots, p_n \geq 0 \\ p_1 + p_2 + \cdots + p_n = 1 \end{cases}$$

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_n	計
確率	p_1	p_2	$\cdots$	p_n	1

確率分布の例

- サイコロを1回投げたときにでた目の数が奇数か偶数かを考える
    - 奇数がでたときの確率変数を $Y = 0$ 、偶数がでたときの確率変数を $Y = 01$ とする
    - 確率変数 Y の確率分布は、次のようになる

Y	0	1	計
確率	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1

- コインを1回投げたときに表が出るか裏が出るかを考える
    - 表が出る回数を、確率変数 X で表すと、その確率分布は次のようになる

X	0	1	計
確率	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1