ウィルコクソンの符号付順位検定

- 対応のある2つの標本について、それぞれのデータの対（各組）の差の順にもとづいて検定する
- 変数が順序尺度、もしくは、正規性があるか不明で間隔･比例尺度の場合に使うことができる

検定の対象

対応のある2組の標本（標本数は同じ）について考える。

2つの標本AとBについて、データを表にまとめると次のようになったとする。

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
標本A	269	230	365	282	295	212	346	207	308	257
標本B	273	213	383	282	297	213	351	208	294	238

- 2つの標本のデータの各組を差 $d_i = A_i - B_i$ の絶対値を求める
  - 差が0の組は、この後の手続きから除外する
- それぞれの差の絶対値 $|d_i|$ に対応する組の数をもとに、差の絶対値の小さいほうから順位をつける
  - 同一順位の場合は、次のように扱う（平均順位）
    - 2位が2つある場合：2位と3位の中間 (2+3)/2=2.5位を順位とする
    - 4位が3つある場合：4位と5位と6位の中間 (4+5+6)/3=5位を順位とする
- 標本数 n を、差が0でない組の数とする

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
標本A	269	230	365	282	295	212	346	207	308	257
標本B	273	213	383	282	297	213	351	208	294	238
差 *d*	-4	17	18	0	-2	-1	-5	-1	14	19
順位	4	7	8		3	1.5	5	1.5	6	9

ウィルコクソンの符号付順位検定

- データ対の順位がわかる場合は、符号検定よりも効率が良い

帰無仮説と対立仮説

対応のある2組の標本の代表値に差があるかどうかを調べる。

- 帰無仮説 H_0 は「2組の標本の代表値に差はない」
- 対立仮説 H_1 は「2組の標本の代表値に差がある」

検定統計量の算出

- 2つの標本の差 d_i の順位の和を、次のように求める
  - 差 d_i が正の値の順位の和を $T+$ とする
  - 差 d_i が負の値の順位の和を $T-$ とする
- $T+$ と $T-$ の小さい方の値を T_0 とする。
  - 標本数 n は、差が0でない組の数とする

$$T_0 = \min(T+, T-)$$

- $n \leq 25$ （または $n \leq 50$ ）の場合…
  - ウィルコクソンの符号付順位検定表から、標本数 n に対応する T の値を求める
- $n > 25$ （または $n > 50$ ）の場合…
  - 平均 μ_T と標準偏差 σ_T を次の式から求める

$$\mu_T = \frac{n(n+1)}{4}$$
$$\sigma_T = \sqrt{\frac{n(n+1)(2n+1)}{24}}$$

  - 標準正規分布にしたがう、検定統計量 z_0 を次の式から算出する

$$z_0 = \frac{|T_0 - \mu_T|}{\sigma_T}$$

仮説の判定（検定表からの算出）

- $n \leq 25$ （または $n \leq 50$ ）の場合…
  - 帰無仮説 H_0 を棄却 : $T_0 \geq T$
    - 「有意に差がある」「検定の結果、有意である」
  - 帰無仮説 H_0 を採択 : $T_0 < T$
    - 「有意に差はない」「検定の結果、有意でない」「差があるとはいえない」

- $n > 25$ （または $n > 50$ ）の場合…
- 検定統計量 z_0 と、有意水準 α の有意点の値（標準正規分布表などから求める）を使って、判定をする
  - 帰無仮説 H_0 を棄却 : $|z_0| > z(\alpha/2)$
    - 「有意に差がある」「検定の結果、有意である」
  - 帰無仮説 H_0 を採択 : $|z_0| < z(\alpha/2)$
    - 「有意に差はない」「検定の結果、有意でない」「差があるとはいえない」