符号検定

- 中央値の差を検定する手法である
- 対応のある2つの標本（調査前と調査後、教育前と教育後など）について、それぞれのデータの対（各組）の大小（または優劣）関係にもとづいて検定する

検定の対象

対応のある2組の標本（標本数は同じ）について考える。

- 例えば、ある教育の前と後の効果、実験の前と後の結果の違いなどを調べる

2つの標本AとBについて、データを表にまとめると次のようになったとする。

	1	2	3	4	5	…	n-1	n
標本A	5	3	3	4	2	…	2	4
標本B	3	5	1	5	2	…	1	2

- 2つの標本のデータの各組を比較する
    - 「大きい（または、優れている）」となった組の数を n_1 とする
    - 「小さい（または、劣っている）」となった組の数を n_2 とする
    - 同じになった組は、検定から除外する

	1	2	3	4	5	…	n-1	n
標本A	5	3	3	4	2	…	2	4
標本B	3	5	1	5	2	…	1	2
A-B	＋	−	＋	−	0	…	＋	＋

- 試行回数が n_1+n_2 と見なして考えると、2つの標本の中央値に差がないとすれば、「大きい」と「小さい」となる確率は $\frac{1}{2}$ となるはず
- 標本数を $N=n_1+n_2$ とする

符号検定（小標本：二項検定を利用）

- 標本数が少ない場合は、二項検定を利用して、正確な有意確率を求める

帰無仮説と対立仮説

対応のある2組の標本の中央値に差があるかどうかを調べる。

- 帰無仮説 H_0 は「2組の標本の中央値に差はない」
- 対立仮説 H_1 は「2組の標本の中央値に差がある」

検定統計量の算出

- 試行回数が n_1+n_2 の状況で、帰無仮説が成り立つとすれば「大きい」と「小さい」となる確率は $\frac{1}{2}$ となるのを利用
- n_1 と n_2 の小さい方の値 m 以下に対応する符号が出現する確率を求める

$$m=\min(n_1,n_2)$$

- 二項検定を利用して、次の式から「m 回以下」起きる確率を算出する

$$P_0 = 2\sum_{i=0}^{m} {}_N C_i \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

仮説の判定

- 算出した有意確率（P値）と有意水準を比較する
  - 片側検定
    - 帰無仮説 H_0 を棄却：$P_0 < \alpha$
    - 帰無仮説 H_0 を採択：$P_0 \geq \alpha$
  - 両側検定
    - 帰無仮説 H_0 を棄却：$2P_0 < \alpha$
    - 帰無仮説 H_0 を採択：$2P_0 \geq \alpha$

符号検定（大標本：標準正規分布を利用）

- 標本数が多い場合は、標準正規分布を利用して検定する

帰無仮説と対立仮説

対応のある2組の標本の中央値に差があるかどうかを調べる。

- 帰無仮説 H_0 は「2組の標本の中央値に差はない」
- 対立仮説 H_1 は「2組の標本の中央値に差がある」

検定統計量の算出

- 標準正規分布にしたがう、検定統計量 z_0 を次の式から算出する

$$z_0 = \frac{|n_1 - n_2|}{\sqrt{n_1 + n_2}}$$

- 二項分布は離散型の分布であるため、標準正規分布のような連続型の分布に近似すると、その精度はあまりよくない
- そこで、Yatesの連続補正をすることで、精度をよくする

$$z_0 = \frac{|n_1 - n_2| - 1}{\sqrt{n_1 + n_2}}$$

仮説の判定（両側検定）

- 検定統計量 z_0 と、有意水準 α の有意点の値（標準正規分布表などから求める）を使って、判定をする
  - 帰無仮説 H_0 を棄却：$|z_0| > z(\alpha/2)$
    - 「有意に差がある」「検定の結果、有意である」
  - 帰無仮説 H_0 を採択：$|z_0| < z(\alpha/2)$
    - 「有意に差はない」「検定の結果、有意でない」「差があるとはいえない」