2009/11th/Hypothesis_Testing

2025年 8月 30日 目次

- 2009/11th/Hypothesis_Testing0
 - ○仮説検定0
 - 仮説検定0
 - 仮説検定の手順0
 - ■帰無仮説と対立仮説0
 - 検定統計量0
 - ■両側検定と片側検定0
 - 有意水準0
 - ■棄却域と採択域による判定0
 - ■P値による判定0
 - 判定結果の表現0
 - 第1種の過誤と第2種の過誤0

仮説検定

仮説検定

- ●統計的推定:標本の統計量から母数を、ある一定の値(点推定)、あるいは確率的な区間 (区間推定)として推測する
- 統計的検定: 母集団に関するある仮説(予測)のもとで、標本から得られる統計量を確率を 求め、仮説の正当性を判断する
 - ただし、母集団の特性(母数)の程度を推測するわけではない

仮説検定の手順

母集団に関する仮説を立てて、その仮説が正しいという仮定のもとで、標本の統計量が得られる 確率を求め、標本のようなことがめったに起こらない(偶然かどうか)を調べる。

- 1. 帰無仮説と対立仮説を立てる
- 2. 検定法を選択する
 - 分析目的にあった検定を分析者自身が選択する
- 3. 有意水準を決定する
 - 分析者自身が決定する

- 4. 検定統計量と有意点を算出する
 - 標本の値から検定統計量の値を算出する
 - 有意水準に対する有意点の値を算出する
- 5. 仮説の判定をする
 - 1. 検定統計量が棄却域に入っているかどうか調べる
 - 2. 検定統計量の値に対応するP値と有意水準を比較する

帰無仮説と対立仮説

検定では、まず検討したい母集団の特性に関する仮説を立てる。

一般には、明らかにしたい仮説を「**対立仮説**」にして、それに対立する仮説を「**帰無仮説**」とすることが多い。ただし、「仮説検定=帰無仮説を棄却」することではないので注意すること。

- ●帰無仮説 景。
 - 極論のような立証が難しそうで、肯定的な表現になる(「~である」「~と等しい」な ど)
 - ○「母平均と標本平均は等しい」「2つの母集団の平均は等しい」
- 対立仮説 ₹1
 - ○帰無仮説に対立する仮説で、否定的な表現になる(「~ではない」「~と異なる」な ど)
 - ○「母平均より標本平均のほうがおおきい」「2つの母集団の平均は等しくない」

検定統計量

- ●帰無仮説が正しいという仮定のもとで、標本から計算した値を、「検定統計量」という
- 検定統計量の計算式は、検定の方法によって決まっている
 - 標準正規分布やt分布のような、確率分布にしたがうような場合が多い。

両側検定と片側検定

有意水準

- 正しい帰無仮説を棄却(採択しない)で、間違った対立仮説を採択するする確率を、「有意水準」または「危険率」といい、αであらわす
 - ○一般に(伝統的に)α=0.05 (5%)やα=0.01 (1%)が用いられる
- 有意水準 a から、検定法に応じて確率分布表から得られた値を「有意点の値」または「限界値」という
 - 帰無仮説か棄却されるかどうかは、検定統計量と有意点の値を比較して、判定する

棄却域と採択域による判定

検定統計量(標本から算出した値)と有意点(めったに起こるかどうかの確率から算出した値)を比較することで、帰無仮説の棄却・採択を判定する。

- それぞれの検定で用いる確率分布について、次のようにして判定する
 - 有意点より外側の部分を「**棄却域**」といい、検定統計量が棄却域に入っている場合は、 帰無仮説は棄却される
 - 有意点より内側の部分を「**採択域**」といい、検定統計量が採択域に入っている場合は、 帰無仮説は棄却されない

たとえば、帰無仮説 H_0 を「2つ母集団の母平均が等しい」とした場合、対立仮説は2通りの場合が考えられる。

- 1. 対立仮説「母平均は等しくない」 $H_1:\mu_1 \neq \mu_2$
 - このような場合は「両側検定」を行う
 - 棄却域は、検定に用いる確率分布の両端にある
 - ○「 | 検定統計量 | > 有意水準 α/2 に対応する有意点の値」なら帰無仮説は棄却
- 2. 対立仮説「どちらかの母平均が大きい(小さい)」 $H_1:\mu_1>\mu_2$ or $\mu_1<\mu_2$
 - このような場合は「片側検定」を行う
 - 棄却域は、検定に用いる確率分布の片側にある
 - ∘「 | 検定統計量 | > 有意水準 α に対応する有意点の値」なら帰無仮説は棄却

P値による判定

検定統計量と有意水準 α に対応する有意点の値を比較して判定する以外に、直接有意水準 α を使って判定する方法がある。

- 1. 検定統計量に対応する確率 (P値)を確率分布から求める
- 2. P値と有意水準 α を比較する
 - 両側検定の場合
 - ∘「P値の2倍 < 有意水準 a 」なら帰無仮説を棄却
 - 片側検定の場合
 - ○「P値<有意水準 a」なら帰無仮説を棄却</p>

母比率の検定では、確率の計算から直接P値を計算することができる。

判定結果の表現

- 帰無仮説を棄却する場合
 - ○「帰無仮説を棄却する」
 - ○「有意である」
 - ○「対立仮説は正しい」(「絶対に」ではない)
 - ○「~でない」
- 帰無仮説を採択する場合
 - ○「帰無仮説を採択する」
 - ○「有意でない」
 - ○「帰無仮説は誤っているとはいえない」
 - ○「~でないとはいえない」

帰無仮説を採択する場合に、「帰無仮説は正しい」といえないのは、誤った帰無仮説を採択して しまう可能性が少なからずあるためである。(後述の第2種の過誤のため)

第1種の過誤と第2種の過誤

- ●正しい帰無仮説を棄却してしまうことを、「第1種の過誤」という
 - その確率を a (つまり有意水準)であらわす
 - \circ 仮説検定では、第1種の過誤を重視 (α と β の両方を小さくすることは簡単ではない)
- 間違った帰無仮説を採択してしまうことを、「**第2種の過誤**」という
 - その確率を β であらわす
 - \circ 間違った仮説を正しく棄却する確率を1-eta であらわし、「検定力」という

検定の結論

帰無仮説を棄却 帰無仮説を採択

帰無仮説は正しい 第1種の過誤 正しい判断

(確率 △)

(確率 1-a)

帰無仮説は間違い 正しい判断 第2種の過誤

(確率 $1-\beta$) (確率 β)